

Eindhoven, 5 september, 2008.

Beste Dick,

Dertig jaar geleden[, op 1 juni 1978,] werd er een symposium over logica op de VU gehouden. Daar spraken Dick van Dalen, jij en ik. Dick sprak over een intuitionistisch onderwerp, jouw voordracht ging over de Grondslagen van de Wiskunde en mijn voordracht heette “Wiskunde zonder grondslagen”. Je vroeg toen van te voren—lichtelijk geërgerd—wat ik daar nu mee ging bedoelen. Het idee was dat om logica volledig te doen, je reeds wat wiskunde nodig hebt, om de benodigde taal te ontwikkelen en er elementaire eigenschappen over te bewijzen. Bovendien voelde ik me aangetrokken tot de Platonistische visie over de wiskunde: het gaat over iets dat echt bestaat, dus dan kijk je gewoon hoe dingen in elkaar zitten. Er is dus geen grondslag nodig. Deze vorm van overmoed is algemeen verbreid onder wiskundigen.

Het belang van jouw werk aan Automath drong slechts langzaam tot de wiskundigen door. In dat werk slaagde je er in een formeel systeem te maken [gebaseerd op lambda termen en typen] waarmee bewijzen volledig geformaliseerd kunnen worden. Een klein en betrouwbaar programma kan dan stap voor stap volledig nagaan of een bewijs correct is. Een paar hoogtepunten van de toepassing van deze methode zijn de mechanisch geverifieerde correctheid van de Vier Kleurenstelling en van de Priemgetalstelling, zowel via het elementaire als het analytische bewijs. Dan is er ook nog de correctheid van een compiler en van chips voor mobile telefoons en ook de ipod. Ik verwacht dat de door jou begonnen automatische bewijsverificatie een van de belangrijkste en meest frequente toepassingen van de wiskunde en logica gaat worden.

Maar Automath, opgevolgd door een aantal bekende andere bewijsassistenten, heeft ook belangrijke gevolgen voor de filosofie van de wiskunde. In tegenstelling tot het werk van Hilbert en Russell & Whitehead wordt in Automath alles tot op de laatste definitie en bewijsstap volledig, MAAR DAN OOK ECHT VOLLEDIG uitgevoerd. [Hulp van computers is hierbij essentieel.] Om die reden kan men jouw werk interpreteren als behorend tot het formalisme: zelfs een implicatie moet worden uitgeprogrammeerd. Maar men kan ook met een andere abstractiebril naar Automath bewijzen kijken. Dat gebeurt als je de logica als bekend veronderstelt zodat je sneller stappen kunt maken. Dan krijg je het niveau van het logicisme. In weer andere bewijsassistenten zijn structuren als die van de natuurlijke getallen, samen met de bijbehorende rekenregels, als *a priori* gegeven. Dan kom je uit bij een belangrijk aspect van het intuitionisme. De bewijsassistent Mizar ten slotte, gaat uit van een sterke verzamelingenleer: hierin bestaat alles, wat je maar [zonder contradicties] kunt bedenken. Deze stijl van bewijsformalisatie kun je met het Platonisme vergelijken. De les van Automath voor de filosofie van de wiskunde is nu, dat al die ismes, waarover honderd jaar geleden gestreden werd wat de juiste visie is, gezien kunnen worden als corresponderend met een glijdende schaal van patroon herkenning binnen de formalisatie.

Deze visie beschouwt dan de ultieme formalisatie als standaard, waarvan men dankzij het menselijk vernuft min of meer afstand kan doen, door stappen te verbergen. Hoewel ik meen te weten dat jij deze visie huldigt, zijn er veel collega's die niet te vreden zijn met wiskunde als formalisme en écht bestaan toekennen aan de wiskundige begrippen. [Jannetje Koelenwijn: “Zijn wiskundigen gelovig?”. Alexander Rinnooy Kan: “Het zijn Platonisten.” NRC Handelsblad, 29/30 december 2007.] Wie heeft er nu gelijk: jij die beweert dat wiskundige objecten slechts bestaan uit formele patronen, of de vele wiskundigen die denken dat er achter die patronen nog iets schuilt dat echt bestaat? Ik denk dat het niet uitmaakt, als wij maar goed beseffen wat ‘bestaan’ inhoud. De menselijke geest is heel goed in wat

heet reïficeren: tot ding maken wat eigenlijk geen ding is, maar bijvoorbeeld een proces zoals een golf op zee. [Er bewegen geen waterdeeltjes naar de kust toe, alleen de relatieve hoogte beweegt.] Dankzij dergelijke fantasiëen heeft de mensheid het ver gebracht. Uiteindelijk zijn ook wij processen: complexe sculpturen van bewegende moleculen. Op één niveau bezien is het goed om daar bestaan aan te hechten. Maar als je daar bovenuit stijgt, zoals jij bij de wiskundige fantasiëen in staat bent te doen, dan blijven er alleen dansende patronen over. Het tetra lemma is hierop van toepassing:

*[Je kunt niet zeggen van wiskundige objecten dat ze bestaan, noch dat ze niet bestaan.*

*Het is zowel zo dat ze bestaan, als dat ze niet bestaan.*

*En het is noch zo dat ze bestaan, noch dat ze niet bestaan.]*

Vanwege jouw levenswerk Automath, met zijn toepassingen en zijn heldere implicaties voor de grondslagen van de wiskunde, ben ik gemachtigd jou tot erelid te benoemen van de Vereniging voor Logica & Wijsbegeerte der Exacte Wetenschappen. Ten bewijze hiervan overhandig ik je deze oorkonde. Hartelijk gefeliciteerd.

[Henk Barendregt]